

灰色概念的度量及运算研究

金新政

(同济医学院医药信息系, 湖北武汉 430030)

摘要: 本文提出了灰色概念度量的定义, 给出了灰色概念的灰色度的定义. 本文还给出了灰色概念运算的定义, 并证明了一些运算性质.

关键词: 灰色概念; 灰色度; 灰色度量; 灰色运算

中图分类号: G202 **文献标识码:** A **文章编号:** 037222112 (2003) 0721049203

Study on Calculation and Measurement of Grey Conception

JIN Xinzheng

(Medical Informatics Department of Tongji Medical College, Wuhan, Hubei 430030, China)

Abstract: In this article, the definitions of grey degree and measurement for grey conception were presented. Furthermore, the calculation of grey conception was defined, some attributes of which were proven.

Key words: grey conception; grey degree; grey measurement; grey calculation

1 引言

事物间彼此相似或相异的东西, 是事物的属性. 概念是客观事物本质属性在人脑中的反映, 是人对待定事物认识的结果. 然而, 人们对客观事物的认识是不断深入、不断发展的. 因此, 对某一概念的理解也应是逐渐深入、不断发展的. 同时也有客观事物本质属性(概念内涵)的深展. 一般按其性质将概念分为以下几类:

- 白色概念))) 内涵与外延均可确定的概念.
- 灰色概念))) 外延确定, 内涵不确定的概念.
- 模糊概念))) 内涵确定, 外延不确定的概念.
- 灰色模糊概念))) 内涵、外延均不确定的概念.

在灰色系统理论中, 灰色概念就其实质来说, 体现为事物内涵的不确定性. 灰色概念是普遍存在的, 是客观事物的真实描写. 对灰色概念, 如果在对其认识的某个层次上讨论, 则可进行定量分析.

一个灰色概念被表征为: $x = \{(A, B)_u | u \in I \setminus V\}$,

其中, V 表示 x 这个灰色概念的内涵所包含的所有层次集合.

我们定义灰色概念 x 的 u 层次上的灰色度. 然后给出了计算灰色度的公式

$$N_n = 1 - [0.5 + \frac{A^* - B^*}{2}] \quad (1)$$

其中, $A^* = \frac{A}{A+B}$, $B^* = \frac{B}{A+B}$, A 为已知因素的个数, B 为未知因素的个数.

我们指出公式(1)事实上为

$$\begin{aligned}
 N_n &= 1 - [0.5 + \frac{A^* - B^*}{2}] = 0.5 - \frac{A^* - B^*}{2} \\
 &= \frac{1}{2} [1 - (A^* - B^*)] = \frac{1}{2} [\frac{A+B}{A+B} - \frac{A}{A+B} + \frac{B}{A+B}] \\
 &= \frac{B}{A+B}
 \end{aligned}$$

由此可以看出, x 的 u 层次灰色度即为未知因素个数与 u 层次上全体因素个数之比.

2 x 的 u 层次灰色度

记灰色概念 $x = \{(A, B)_u | u \in I \setminus V\}$, 记

$$x_u = \{A_1, A_2, \dots, A_k, A_{k+1}, \dots, A_{n_u}\}$$

为灰色概念 x 的 u 层次因素集, $A_i | A, i = 1, \dots, k; A_i | B, i = k+1, \dots, n_u$; u 层次因素共有 n_u 个.

灰色概念 $x = \{(A, B)_u | u \in I \setminus V\}$ 在 u 层次的灰色度不仅与已知因素和未知因素的个数有关, 而且 u 层次各因素对灰色度的影响是不同的. 为此引入 x 的 u 权的概念.

定义 1 x 的 u 层次因素集为

$$x_u = \{A_1, A_2, \dots, A_k, A_{k+1}, \dots, A_{n_u}\}.$$

给定数组 $N_1, N_2, \dots, N_k, N_{k+1}, \dots, N_{n_u}$, $\sum_{i=1}^{n_u} F_i = 1, N_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n_u$, 为 x 的 u 权. u 权反映了 x 的 u 层次中各元素对灰色度影响的大小.

定义 2 $x = \{(A, B)_u | u \in I \setminus V\}$,

$$x_u = \{A_1, \dots, A_k, A_{k+1}, \dots, A_{n_u}\}, A_i | A, i = 1, 2, \dots, k,$$

$$A_i | B, i = k+1, \dots, n_u, N_1, N_2, \dots, N_{n_u} \text{ 为 } x \text{ 的 } u \text{ 权.}$$

映射 $N_u: x(A, B)_u \rightarrow [0, 1]$ 称为灰色概念 x 的 u 灰色度, 若满足

$$() N_u[x(A, B)_u] = 0.5, \text{ 当 } \sum_{i=1}^k F_i = \sum_{i=k+1}^{n_u} F_i \text{ 时,}$$

$$() N_u[x(A, B)_u] = 1, \text{ 当 } \sum_{i=1}^k F_i = 0 \text{ 或 } A \text{ 为空集时,}$$

$$() N_u[x(A, B)_u] = 0, \text{ 当 } \sum_{i=k+1}^{n_u} F_i = 0 \text{ 或 } B \text{ 为空集时,}$$

$$() N_u[x(A, B)_u] < 0.5, \text{ 当 } \sum_{i=1}^k F_i > \sum_{i=k+1}^{n_u} F_i \text{ 时,}$$

$$() 0.5 < N_u[x(A, B)_u] < 1, \text{ 当 } \sum_{i=1}^k F_i < \sum_{i=k+1}^{n_u} F_i \text{ 时,}$$

则有 u 灰色度的一个公式

$$N = \sum_{i=1}^{n_u} F_i, \text{ 当 } B \text{ 为空集时, } N_u = 0$$

容易验证这个公式是满足上述条件的.

当 $N = 1/n_u (i = 1, 2, \dots, n_u)$ 时, 定义 u 灰色度.

这里定义的灰色度是加权灰色度. 人们为研究问题的需要, 往往把各因素分出主次轻重, 加权灰色度就反映了这种情况. 同一灰色概念的同一层次, 根据不同需要, 可以给出不同的权, 其灰色度也不同.

例灰色概念/ 人体0, 在其基本结构这个层次上考察, 确定有心、肝、肺、四肢、五官、脑神经、肠、胃、胆、排异功能 10 个因素. 为了某种需要, 给出一组权如下:

因素	心	肝	肺	四肢	五官	脑神经	肠	胆	胃	排异
权	0.2	0.15	0.1	0.1	0.1	0.15	0.05	0.03	0.07	0.05

若前六种因素为已知因素, 计算灰色度为 $N_u = 0.05 + 0.03 + 0.07 + 0.05 = 0.2$, 所以在这组权下 u 灰色度为 0.2.

为了使灰色概念逐步白化, 可先逐步查清权较大的因素, 使其成为已知因素.

3 灰色概念的 u 灰色度

灰色概念的 u 灰色度是 x 的 u 层次灰色程度的度量. x 的层次集合 V 中有很多层次, 每个层次都有一个 u 灰色度. 利用这些灰色度, 可定义反映 x 整体灰色概念的 u 灰色度.

定义 3 设灰色概念的层次集合

$V = \{u_i | i = 1, 2, \dots, N\}$ 对层次 u_1, u_2, \dots, u_N 给出一组权 G_1, G_2, \dots, G_N , 其中 $\sum_{i=1}^N G_i = 1, G_i > 0, N_{u_i}$ 为 u_i 层次的 u 灰色度.

$$N = \sum_{i=1}^N G_i N_{u_i}$$

为灰色概念 x 的 u 灰色度.

下面我们给出白色概念的定义.

定义 4 对灰色概念 $x = \{(A, B)_u | u \in U\}$, 若 $N_u = 0$, 则称 x 在 u 层次上是白的.

定义 5 若 x 的 u 灰色度 $N(x) = 0$ 则称 x 为白色概念, 或称 x 是白的.

定理 1 x 是白的充要条件是 x 在每个层次 u 上都是白

的, 证明略.

4 灰色概念的运算

灰色概念的运算明确以下问题:

(1) 灰色概念运算的结果应该仍是一个灰色概念, 仍能表征.

(2) 运算所得的灰色概念应该能确定 u 层次上的已知因素集与未知因素集.

(3) 两个灰色概念

$$x_1 = \{(A_1, B_1)_u | u \in U\} \text{ 和 } x_2 = \{(A_2, B_2)_v | v \in V\}$$

当在 u, v 两个层次之间运算时, 得到运算结果的怎样一个层次, 这个层次的全体因素集合是什么.

我们有灰色概念运算的定义:

$$\text{设 } x_1 = \{(A^{(1)}, B^{(1)})_u | u \in U\}, x_2 = \{(A^{(2)}, B^{(2)})_v | v \in V\}$$

为两个灰色概念.

$$x_{1u} = \{(A_1^{(1)}, B_1^{(1)} | A_1^{(1)} \in A_1, B_1^{(1)} \in B_1)$$

为 x_1 的 u 层次因素全体构成的集合.

$$x_{2v} = \{(A_2^{(2)}, B_2^{(2)} | A_2^{(2)} \in A_2, B_2^{(2)} \in B_2)$$

为 x_2 的 v 层次因素全体构成的集合.

两个灰色概念 x_1 和 x_2 运算结果仍是一个灰色概念. 我们规定 x_1 的 u 层次与 x_2 的 v 层次运算得到新的灰色概念的一个层次, 记为 uv 层次. 这个层次上的全体因素集为

$$x_{uv} = x_{1u} G x_{2v},$$

即为 u, v 层次因素集的并集.

定义 6 两个灰色概念 x_1 和 x_2 的并仍是一个灰色概念, 记为 $x_1 G x_2$, 表示为

$$x_1 G x_2 = \{(A, B)_{uv} | uv \in UV\},$$

其中, uv 为 $x_1 G x_2$ 的某个内涵层次, UV 为 $x_1 G x_2$ 的层次集合;

$$A = A^{(1)} G A^{(2)}, B = (x_{1u} G x_{2v}) - A$$

换句话说, $x_1 G x_2$ 的 uv 层次的已知因素集 A 是 x_1 与 x_2 的已知因素集 $A^{(1)}$ 与 $A^{(2)}$ 的并集. 未知因素集 B 是 x_{uv} 中去掉 A 中的元素所剩元素的集合. 有时简记 $x_1 G x_2 = \{A^{(1)} G A^{(2)}\}$, 其余 $uv | uv \in UV\}$.

定义 7 两个灰色概念 x_1 和 x_2 的交仍是一个灰色概念.

$$x_1 H x_2 = \{(A, B)_{uv} | uv \in UV\}$$

其中, uv 为 $x_1 H x_2$ 的某个层次, UV 为 $x_1 H x_2$ 的层次集合.

$$A = A^{(1)} H A^{(2)}, B = (x_{1u} G x_{2v}) - A$$

定义 8 x 的补仍是一个灰色概念. 记为 x ,

$$x = \{(B, A)_u | u \in U\}, \quad \bar{x} = \{(A, B)_u | u \in U\}$$

由定义看到 x 的 u 层次与 \bar{x} 的 u 层次因素集是相同的. x 的已知因素集和未知因素集分别是 x 的未知因素集与已知因素集.

并、交、补运算的性质:

$$(1) x_1 G x_2 = x_2 G x_1$$

$$(2) x_1 H x_2 = x_2 H x_1$$

$$(3) x_1 G (x_2 G x_3) = (x_1 G x_2) G x_3$$

$$(4) x_1 H (x_2 H x_3) = (x_1 H x_2) H x_3$$

$$(5) \quad x = x$$

$$(6) \quad x \ G \ x = \{(x_u, <) \mid u \in U\}$$

$$(7) \quad x_1 H (x_2 G x_3) = (x_1 H x_2) G (x_1 H x_3)$$

$$(8) \quad x_1 G (x_2 H x_3) = (x_1 G x_2) H (x_1 G x_3)$$

现证性质(7).

证明 设 $x_1 = \{(A_1, B_1) \mid u \in U\}$,

$x_2 = \{(A_2, B_2) \mid v \in V\}$, $x_3 = \{(A_3, B_3) \mid w \in W\}$,

左边 = $x_1 H (x_2 G x_3)$

$$= (A_1, B_1)_u H (A_2, B_2)_v G (A_3, B_3)_w$$

$$= (A_1, B_1)_u H (A_2 G A_3), x_{2v} G x_{3w} - (A_2 G A_3)_{uw}$$

$$= ((A_1 H (A_2 G A_3), x_{1u} G x_{2v} G x_{3w})$$

$$- (A_1 G (A_2 G A_3)))_{uww},$$

右边 = $(x_1 H x_2) G (x_1 H x_3)$

$$= ((A_1 H A_2), x_{1u} G x_{2v}$$

$$- (A_1 H A_2))_{uw} G ((A_1 H A_3), x_{2v} G x_{3w} - (A_1 H A_3))_{wv}$$

$$= ((A_1 H A_2) G (A_1 H A_3), x_{1u} G x_{2v} G x_{3w}$$

$$- ((A_1 H A_2) G (A_1 H A_3)))_{uw}$$

$$= (A_1 H (A_2 G A_3), x_{1u} G x_{2v} G x_{3w} - (A_1 H (A_2 G A_3)))_{uww},$$

= 左边

证毕.

同理可证其他性质.

参考文献:

- [1] 杨韵华, 王亨. 灰色概念的度量及运算 [J]. 模糊数学, 1995, 3 (2): 19- 21.
- [2] 汪培庄. 模糊集合论及其应用 [M]. 上海: 上海科技出版社, 1983.
- [3] 邓聚龙. 灰理论基础 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002.
- [4] 金新政. 灰色信息及其运算研究 [J]. 电子学报, 2002, 30 (12): 1797- 1799.
- [5] 张四海. 基于免疫识别的免疫算法 [J]. 电子学报, 2002, 30 (12): 1840- 1844.
- [6] 金新政. 医院信息系统 [M]. 北京, 科学出版社, 2003.

作者简介:



金新政 男, 1957年3月出生于河南省遂平县, 1985年毕业于同济医科大学, 现任卫生信息化研究所主任, 副教授, 硕士生导师, 已在国内外发表学术论文 50 余篇, 主编教材和著作 11 部, 主要研究方向: 信息系统, 系统工程, 模式识别和软科学等.

(上接第 1025 页)

参考文献:

- [1] Viterbi A J, Viterbi A M, Gilhousen K S, Zehavi E. Soft handoff extends CDMA cell coverage and increase reverse link capacity [J]. IEEE Journal On Selected Areas In Communication, 1994, 12 (8): 1281 - 1288.
- [2] Wong D, Lim T J. Soft handoffs in CDMA mobile systems [J]. IEEE Personal Communications, 1997, 4(6): 6- 17.
- [3] Lee W C Y. Mobile Communications Engineering: Theory and Applications [M]. New York: McGraw-Hill, 1997. 347.
- [4] Sun J, Li K H. Diversity techniques for reverse link of cellular DS/CDMA [A]. Proc. of ICICS 97 [C]. Singapore: ICICS, 1997. 844- 848.
- [5] Hanly S V. Capacity and power control in spread spectrum macrodiversity radio networks [J]. IEEE Trans Commun, 1996, 44 (2): 247- 256.
- [6] Gorricho J - L, Rojas A, Paradells J. Power control at the combiner output to maximize the uplink capacity on a cellular spread spectrum system [J]. IEEE Communication Letters, 1998, 2(10): 273- 275.
- [7] Gilhousen K S, Jacobs I M, Padovani R, et al. On the capacity of a cellular CDMA system [J]. IEEE Trans Veh Technol, 1991, 40(2): 303- 312.
- [8] Hanly S V, Tse D N C. Resource pooling and effective bandwidths in CDMA networks with multiuser receivers and spatial diversity [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2001, 47 (4): 1328- 1351.
- [9] Naguib A F, Paulraj A, Kailath T. Capacity improvement with base station antenna arrays in cellular CDMA [J]. IEEE Trans Veh. Technol, 1994, 43(3): 691- 698.
- [10] Liberti J C, Rappaport T S. Analytical results for capacity improvements in CDMA [J]. IEEE Trans Veh Technol, 1994, 43(3): 680- 690.
- [11] Chung Y M, Stuber G L. Outage probability for CDMA cellular system with adaptive antenna array [A]. Proc of VTC. 2000 [C]. Tokyo: VTC, 2000. 2014- 2146.
- [12] Hashem B, Sousa E S. On the capacity of cellular DS/CDMA systems under slow Rician/Rayleigh fading channels [J]. IEEE Trans Veh Technol, 2000, 49(5): 1752- 1759.